数学Ⅰa　公式説明テスト　（自分で文字を置き、図やグラフを書いて説明しなさい）

1 展開の公式をできるだけ書け。

$(a\pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

$(a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3 + b^3$

$(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3 - b^3$

$(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$

$a^2+b^2 = (a+b)^2 - 2ab$,　$a^3+b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$

2 2次方程式の解の公式を説明せよ。（xの係数が偶数のときも書け）

$ax^2+bx+c=0$ のとき

$x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$b' = \dfrac{b}{2}$ のとき　$x = \dfrac{-b' \pm \sqrt{b'^2 - ac}}{a}$

3 2次方程式の判別式を説明せよ。

$ax^2+bx+c=0$ について $D = b^2-4ac$ とすると

(i) $D>0$ のとき
異なる2つの実数解

(ii) $D=0$ のとき
重解

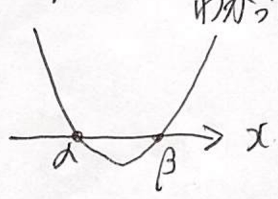
(iii) $D<0$ のとき
解なし

4 絶対値のはずし方を説明せよ。

$$|x| = \begin{cases} x & (x \geqq 0) \\ -x & (x<0) \end{cases}$$

5 2次関数のおき方を3つ示せ。

- $y = a(x-p)^2 + q$　……頂点 (p, q)　軸 $x=p$
- $y = ax^2+bx+c$　……通る3点がわかっているとき
- $y = a(x-\alpha)(x-\beta)$　x軸との交点がわかっているとき



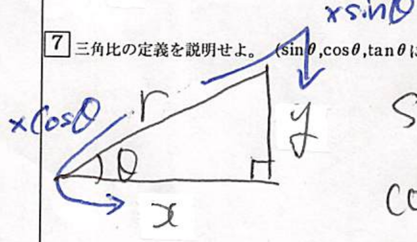
6 関数の平行移動について説明せよ。

$y=f(x)$ を x軸方向に p，y軸方向に q 平行移動した関数は

$y-q = f(x-p)$

$x \to x-p$
$y \to y-q$ にする

7 三角比の定義を説明せよ。（$\sin\theta, \cos\theta, \tan\theta$について）



$\sin\theta = \dfrac{y}{r}$

$\cos\theta = \dfrac{x}{r}$

$\tan\theta = \dfrac{y}{x}$

また
$x = r\cos\theta$
$y = r\sin\theta$
も成り立つ

8 三角比の相互関係を3つ示せ。

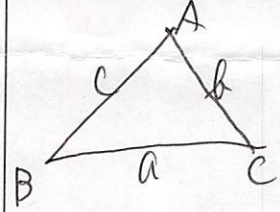
$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

$\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$

$1 + \tan^2\theta = \dfrac{1}{\cos^2\theta}$

両辺を $\cos^2\theta$ でわる。

9 正弦定理と余弦定理を説明せよ。



正弦定理

$\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B} = \dfrac{c}{\sin C} = 2R$

（Rは△ABCの外接円の半径）

余弦定理

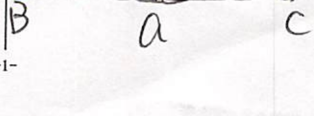
$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$

$\cos A = \dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$

10 三角形の面積公式を説明せよ。

$S = \dfrac{1}{2}ab\sin\theta$

11 三角形の内接円があるときの面積公式を説明せよ。

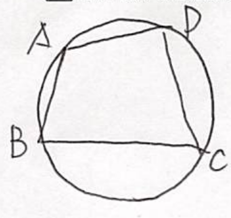


$S = \dfrac{1}{2}ar + \dfrac{1}{2}br + \dfrac{1}{2}cr$

$= \dfrac{1}{2}(a+b+c)r$

数学Ⅰa　公式説明テスト　（自分で文字を置き、図やグラフを書いて説明しなさい）

12 円に内接する四角形の性質を説明せよ。

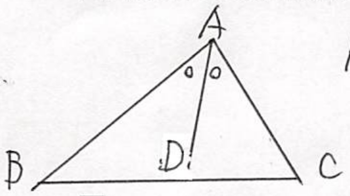


向かい合う角の和は180°

$\angle A + \angle C = 180^\circ$

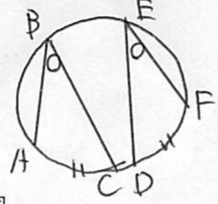
$\angle B + \angle D = 180^\circ$

13 三角形の角の二等分線の性質を説明せよ。



$AB:AC = BD:CD$

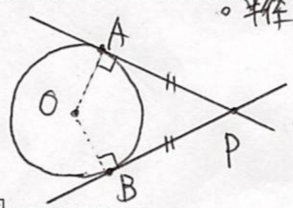
14 円周角の定理を説明せよ。



$\overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{DF}$ ならば

$\angle ABC = \angle DEF$

15 円の外部の1点から2本の接線を引いたときの性質を説明せよ。

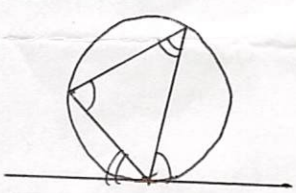


・半径と接線は垂直

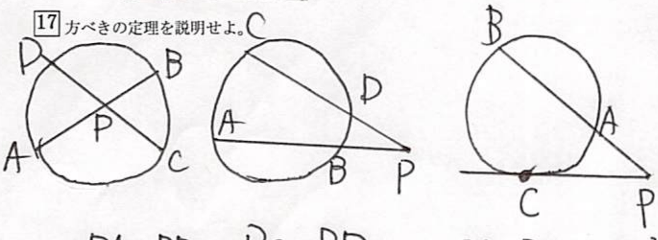
$AP \perp OA,\ BP \perp OB$

・$AP = BP$

16 接弦定理を説明せよ。



17 方べきの定理を説明せよ。



$PA \cdot PB = PC \cdot PD$　　$PA \cdot PB = PC^2$

18 相似比が$m:n$である図形の面積比と体積比はどうなるか。

面積比　$m^2 : n^2$

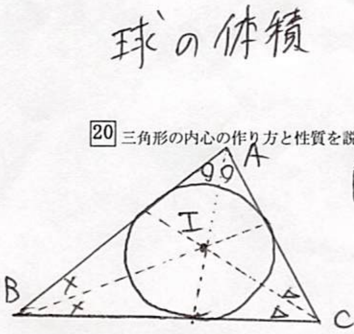
体積比　$m^3 : n^3$

19 半径rの球の表面積と体積を表せ。

球の表面積　$4\pi r^2$

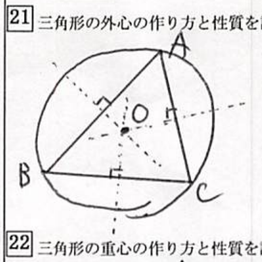
球の体積　$\frac{4}{3}\pi r^3$

20 三角形の内心の作り方と性質を説明せよ。



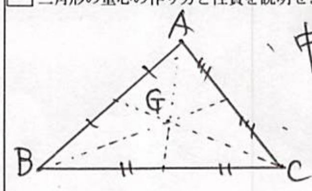
角の2等分線の交点。

21 三角形の外心の作り方と性質を説明せよ。



垂直二等分線の交点。

22 三角形の重心の作り方と性質を説明せよ。



・中線の交点

各中線を2:1に内分する。

23 順列と組合せの定義を説明せよ。（双方の違いをはっきりさせる）

異なるn個の中からr個選んで1列に並べる　${}_nP_r$

異なるn個の中からr個取り出す　${}_nC_r$

24 以下のそれぞれ場合で場合の数を求める式を作れ。

(1) 6人から3人を選んで1列に並べる場合。

${}_6P_3$

(2) 6人のうち2人が男，4人が女のとき，男2人が両端に座る場合。

男 女 女 女 女 男　　${}_2P_2 \times {}_4P_4$

(3) 6人のうち2人が男，4人が女のとき，男2人が隣り合う場合。

男2人を1かたまり

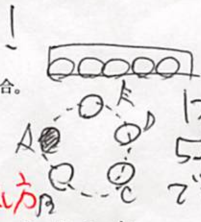
女 ○○ 女 女 女　　$5! \times 2!$

(4) 6人全員が丸いテーブルに座る場合。

$(6-1)!$

(5) 6人から5人を選び丸いテーブルに座らせる場合。

$\frac{{}_6P_5}{5}$



1つの並びに5通り同じのがでるから 5で割る。

(6) 6人全員がじゃんけんをする場合の手の出し方

3^6

A B C D E F

○○○○○○

$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

(7) 6人から3人を選ぶ場合。

${}_6C_3$

(8) 6人を3人，2人，1人の3組に分ける場合。

${}_6C_3 \times {}_3C_2 \times {}_1C_1$

(9) 6人を2人ずつA,B,Cの3組に分ける場合。

${}_6C_2 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2$

(10) 6人を2人ずつ3組に分ける場合。

$\frac{{}_6C_2 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2}{3!}$

(11) 赤玉3個，白玉2個，青玉1個を1列に並べる場合。

$\frac{6!}{3! \times 2!}$

25 二項定理を説明せよ。

一般項　${}_nC_r a^{n-r} b^r$

$(a+b)^n = {}_nC_0 a^{n-0} b^0 + {}_nC_1 a^{n-1} b^1 + \cdots\cdots + {}_nC_r a^{n-r} b^r + \cdots {}_nC_n a^0 b^n$

1 2次方程式の解と係数の関係を説明せよ。

$ax^2+bx+c=0$ の2解が α, β のとき

$\alpha+\beta=-\dfrac{b}{a}$

$\alpha\beta=\dfrac{c}{a}$

α, β が2解の2次方程式の1つ

$x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta=0$

ex25~27

2 剰余の定理と因数定理を説明せよ。

$f(x)$ を $x-a$ で割った余りは $f(a)$

$ax-b$　〃　$f(\frac{b}{a})$.

$f(x)$ を $x-a$ で割ったとき割り切れるならば

(余り=0)

$f(a)=0$

3 複素数 $a+bi$ において、実数になる条件および純虚数になる条件を説明せよ。

$b=0$ で 実数.

$a=0$ で 純虚数

ex15

4 相加相乗平均の関係を説明せよ。

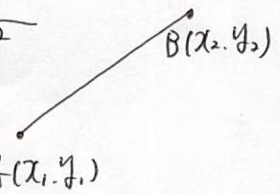
$a>0,\ b>0$ のとき

$a+b \geqq 2\sqrt{ab}$

等号成立は $a=b$ のとき

5 2点間の距離の公式を説明せよ。

$AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$



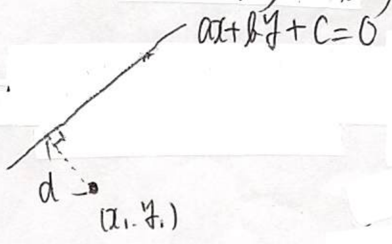
ex38~39

6 直線の方程式で通る1点と傾きがわかっている場合について説明せよ。

$y-y_1=m(x-x_1)$

ex42

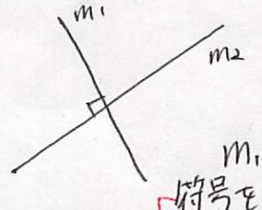
7 点と直線の距離の公式について説明せよ。



$d=\dfrac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

8 2直線が平行なとき垂直なときの説明をせよ。

$m_1=m_2$



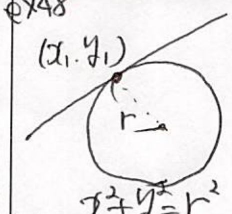
$m_1 \cdot m_2=-1$

符号をかえて逆数

$m_1=2 \rightarrow m_2=-\frac{1}{2}$

ex48

9 原点中心の円の接線の方程式を説明せよ。



$x_1x+y_1y=r^2$

10 加法定理を書け。（sin, cos, tan　）

$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\cos\alpha\sin\beta$

$\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$

$\tan(\alpha\pm\beta)=\dfrac{\tan\alpha\pm\tan\beta}{1\mp\tan\alpha\tan\beta}$

11 2倍角の公式を加法定理から導け。（sin　, cos　）

$\sin2\alpha=\sin(\alpha+\alpha)$

$=\sin\alpha\cos\alpha+\cos\alpha\sin\alpha$

$=2\sin\alpha\cos\alpha$

$\cos2\alpha=\cos(\alpha+\alpha)$

$=\cos\alpha\cos\alpha-\sin\alpha\sin\alpha$

$=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$

$\cos2\alpha=1-\sin^2\alpha-\sin^2\alpha$

$=1-2\sin^2\alpha$

$\cos2\alpha=\cos^2\alpha-(1-\cos^2\alpha)$

$=2\cos^2\alpha-1$

12 半角の公式をcos　の2倍角から導け。（sin　, cos　）

$\cos2\alpha=1-2\sin^2\alpha$ より.

$2\sin^2\alpha=1-\cos2\alpha$

$\sin^2\alpha=\dfrac{1-\cos2\alpha}{2}$

$\cos2\alpha=2\cos^2\alpha-1$ より

$2\cos^2\alpha=1+\cos2\alpha$

$\cos^2\alpha=\dfrac{1+\cos2\alpha}{2}$

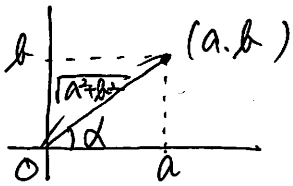
よって $\sin^2\dfrac{\alpha}{2}=\dfrac{1-\cos\alpha}{2}$

$\cos^2\dfrac{\alpha}{2}=\dfrac{1+\cos\alpha}{2}$

13 三角関数の合成を説明せよ。

$a\sin\theta + b\cos\theta$

$= \sqrt{a^2+b^2}\sin(\theta+\alpha)$



$\sin\alpha = \dfrac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$, $\cos\alpha = \dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$

14 指数法則を3つ書け。

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

$(a^m)^n = a^{mn}$

$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$

15 対数の性質を何個か書け。

$\log_a 1 = 0$, $\log_a a = 1$ $\log_a a^m = m$

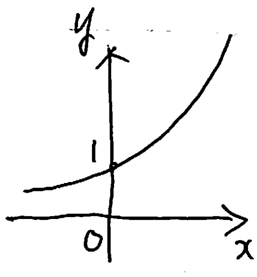
$\log_a M + \log_a N = \log_a MN$

$\log_a M - \log_a N = \log_a \dfrac{M}{N}$

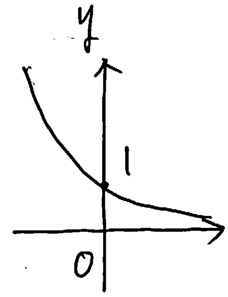
$\log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}$

16 $y=a^x$のグラフを書け。

①底が1より大きいとき

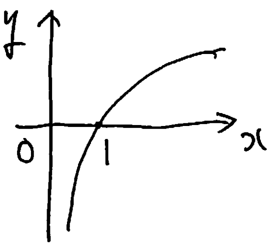


②底が0から1の間のとき

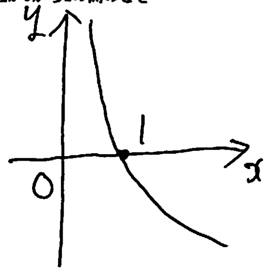


17 $y=\log_a x$のグラフを書け。

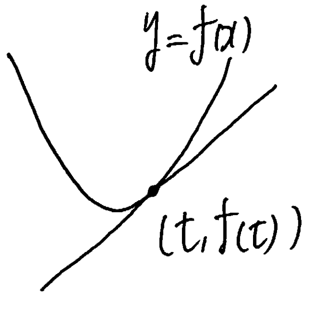
①底が1より大きいとき



②底が0から1の間のとき



18 接線の方程式を説明せよ。

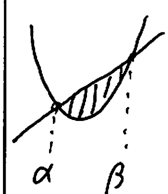


接点のx座標をtとおくと、

$y - f(t) = f'(t)(x-t)$

19 $\int_\alpha^\beta (x-\alpha)(x-\beta)dx = -\frac{1}{6}(\beta-\alpha)^3$について説明せよ。

x^2の係数



$S = a\int_\alpha^\beta \{x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta\}dx$

連立した式の左辺

$= a\int_\alpha^\beta (x-\alpha)(x-\beta)dx$

$= a\{-\frac{1}{6}(\beta-\alpha)^3\}$

20 等差数列の一般項と和の公式を説明せよ。

$a_n = a+(n-1)d$

$S_n = \frac{n}{2}(a+l)$

$= \frac{n}{2}\{2a+(n-1)d\}$

21 等比数列の一般項と和の公式を説明せよ。

$a_n = a \cdot r^{n-1}$

$r \neq 1$ のとき $S_n = \dfrac{a(1-r^n)}{1-r}$

$= \dfrac{a(r^n-1)}{r-1}$

$r=1$のとき

$S_n = a+a+\cdots a$

$= na$

22 Σ の公式をいくつか書け。

$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{1}{2}n(n+1)$

$\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$

$\sum_{k=1}^{n} k^3 = \left\{\frac{1}{2}n(n+1)\right\}^2$

23 数列の和と一般項の関係を説明せよ。

$a_n = S_n - S_{n-1}$ $(n \geqq 2)$

24 階差数列の公式を説明せよ。

$n \geqq 2$のとき

$a_n = a + \sum_{k=1}^{n-1} b_k$

25 漸化式の基本的な4つのタイプを説明せよ。

(i) $a_{n+1} - a_n = g$(定数) 等差

(ii) $a_{n+1} = ra_n$ 等比

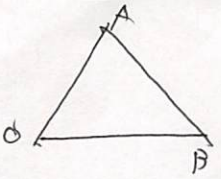
(iii) $a_{n+1} - a_n = (n$の式$)$ 階差

(iv) $a_{n+1} = pa_n + q$ 特性方程式

$\longrightarrow a_{n+1} - x = p(a_n - x)$

PがAB上にあるとき

26 ベクトルの和と差の分解を説明せよ。



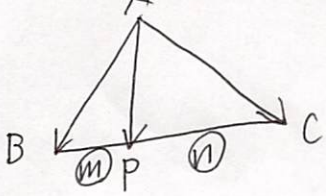
$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}$

なんでもいい。

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$

なんでもいい。

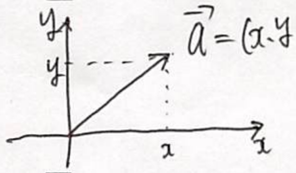
27 内分点の公式を説明せよ。



BP:PC = m:n ならば

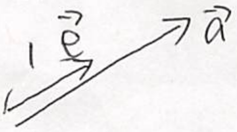
$\overrightarrow{AP} = \dfrac{n\overrightarrow{AB} + m\overrightarrow{AC}}{m+n}$

28 ベクトルの大きさを説明せよ。



$|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2}$

29 単位ベクトルを説明せよ。



$\vec{a}$の単位ベクトル

→ 向きは$\vec{a}$と同じ、大きさは1

$\vec{e} = \dfrac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$

30 ベクトルの内積を説明せよ。（内積の式は2つ書け）

- $\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$
- $\vec{a} = (x_1, y_1)$, $\vec{b} = (x_2, y_2)$ ならば

  $\vec{a}\cdot\vec{b} = x_1x_2 + y_1y_2$

31 ベクトルの平行条件と垂直条件を説明せよ。

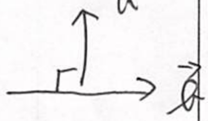
平行条件

$\vec{a} \parallel \vec{b}$ ならば $\vec{a} = k\vec{b}$

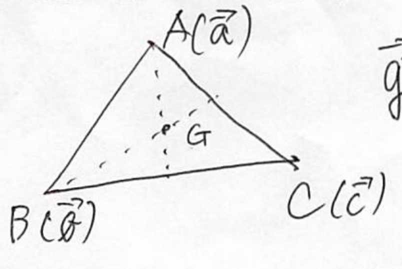
垂直条件

$\vec{a} \perp \vec{b}$ ならば $\vec{a}\cdot\vec{b} = 0$

なす角90° → $\cos\theta = 0$

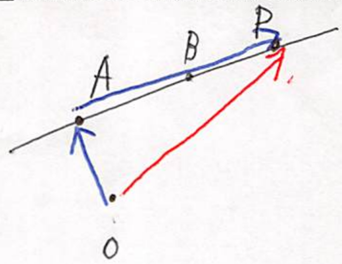


32 重心の位置ベクトルについて説明せよ。



$\vec{g} = \dfrac{\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}}{3}$

33 点Pが直線AB上にあるときの関係式を説明せよ。（直線のベクトル方程式）



$\overrightarrow{AP} = k\overrightarrow{AB}$

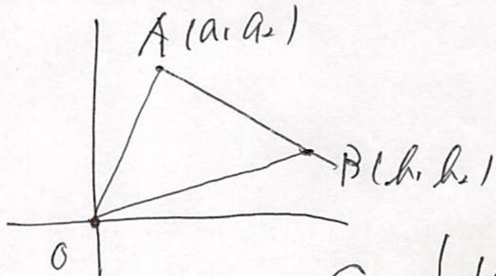
$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AP}$

$= \overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{AB}$

$= \overrightarrow{OA} + t(\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA})$

$= (1-t)\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB}$

34 三角形の面積公式をベクトルで説明せよ。（2つ）



$S = \dfrac{1}{2}|a_1b_2 - a_2b_1|$

また

$S = \dfrac{1}{2}\sqrt{|\overrightarrow{AB}|^2|\overrightarrow{AC}|^2 - (\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC})^2}$

(大きさ)^2 − (内積)^2